夏期講習 大学受験生数学 レベルチェック【ⅠＡⅡＢC:L系】

次の問いに答えよ。(時間：45 分　満点：100 点)

※　教科書・参考書を見てはいけません。

(1)　直線 $y=2x-1$ に関して点 $(-2,6)$ と対称な点の座標を求めよ。

(2)　AB = 12, BC = CD = 9, DA = 3 である四角形 ABCD は円に内接している。線分 AC の長さを求めよ。

(3)　$x^2+y^2+2x-4y+k=0$ が円を表すような k の値の範囲を求めよ。

(4)　連立方程式 $\begin{cases} x+y+z=\dfrac{7}{2} \\ 2^x+2^y+2^z=\dfrac{19\sqrt{2}}{2} \\ \dfrac{1}{2^x}+\dfrac{1}{2^y}+\dfrac{1}{2^z}=\dfrac{25\sqrt{2}}{16} \end{cases}$

を解け。ただし、$x \leqq y \leqq z$ とする。

(5)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。a を正の定数とするとき、θ の方程式 $|\cos 2\theta+3\cos\theta+2|=a$ の解が 2 個となる a の条件を求めよ。

(6)　方程式 $\log_2(x-1)=\log_4(x^2-3x+2)+1$ を解け。

(7)　曲線 $y=x^2+3x$ に接し、点 $(0,-4)$ を通る直線の式を求めよ。

(8)　$x^2+y^2 \leqq 1$ および $y \leqq \dfrac{1}{4}(x^2-1)$ を満たす領域の面積を求めよ。

(9)　$a_1=1$、$a_{n+1}=a_n+3n-1$ ($n \geqq 1$) で定義されるような数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(10)　$\mathrm{OA}=2\sqrt{5}, \mathrm{OB}=5\sqrt{2}, \overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=30$ である△OAB がある。線分 AB の中点を M、線分 OA を 3 : 2 に内分する点を N、直線 BN と直線 OM の交点を P とする。四角形 AMPN の面積を求めよ。